



**Korešpondenčný seminár z programovania
XXII. ročník, 2004/05**
Katedra základov a vyučovania informatiky FMFI UK,
Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

*KSP finančne podporujú: aSc – Applied Software Consultants spol. s r.o.
MICROSTEP-MIS spol. s r.o.*

Príklady 1. kola letnej časti

A sú tu nové zadania/vzoráky¹ 1. kola letnej/2. kola zimnej série -/kategórie Z vášho ne-/obľúbeného seminára KMS/FKS/KSP/WTF. *Nezabudnite/nezabudnite/naozaj nezabudnite* prečítať si pravidlá a poslať nám svoje riešenia (a pár *poštových/psích* známok) do **4. marca 2005**. Ostrieľaní riešitelia pozor, je to piatok, nie pondelok!

„.....“²

KSPáci

1. O hvezdárovi bez oka

15 bodov

Určite ste už počuli o tajomnom Belgaratovi. Áno, je to ten Belgarat, ktorý privodil skazu celému východnému Anghornu. Tak práve tento Belgarat raz zavítal na dvor kráľa Forna, keď ho hľadanie mocného artefaktu zavialo do týchto končín. Ako to už v podobných príbehoch býva, vrahom je vždy záhradník a majiteľom artefaktu kráľovský hvezdár. Belgarat sa teda urýchlene vybral do najvyššej veže na hrade.

Hneď ako otvoril dvere, do nosa mu vrazil prenikavý zápach čpavku a síry. Hvezdár na to: „Dnes už hvezdárstvo nič nevynáša, musel som začať s alchýmiou.“ Belgarat pri zvuku toho chrapľavého hlasu vyskočil a o chvíľu, keď uvidel, komu hlas patrí, takmer spadol z nôh. Hvezdárova postava bola celá pokrútená, tu noha, tam ruka a namiesto jedného oka mu žiaril obrovský drahokam. Tu Belgarat videl, že konečne našiel to, čo hľadal, posvätný Aldurov orb. „Ó, veľký hvezdár, múdrosť prebýva na tvojom čele a tvoje roky sú mnohé...“ „No že no, tie rečičky si nechaj pre iných, vidím na tebe, že si mi prišiel zobrať oko a pravdu povediac, už by mi to aj dobre padlo, ale nemôžem ho vybrať, kým sa nezbavím kliatby“. Belgarat sa ochotne ponúkol, že on ten problém vyrieši. Hvezdár teda spustí: Vždy keď je spln, príde za mnou duch morského leva a žiada odpoveď na svoju otázku. Zakaždým vyberie niekoľko hviezd a on, lev, chce vedieť, ako ďaleko je od nás k -ta z nich. Ja som však už starý hvezdár a viem porovnať naraz len dve hviezdy a navyše kvôli tomu oku ani neviem, ktorá je bližšie, viem len povedať vzdialenosť bližšej z nich. Navyše odpoveď chce počuť hneď, inak mi pričaruje nový prst. Už teraz ich mám 47. Tu si Belgarat vzdychol a nakoľko si s touto úlohou nevedel dať rady, otvoril mocný portál do nášho sveta a obracia sa na vás.

Úloha: Predpokladajte, že máte v poli pre každú dvojicu rôznych hviezd uloženú vzdialenosť **bližšej spomedzi nich dvoch** od nás. Navyše môžete predpokladať, že žiadne dve hviezdy nemajú od nás tú istú vzdialenosť. Na vstupe máte zadané číslo k . Vypíšte vzdialenosť k -tej hviezdy (hviezdy sú číslované od 1 do N) alebo správu, že sa zo známych údajov určiť nedá.

¹ *nehodiace/hodiace sa škrtnite/zakrúžkujte*

² *nehodiace/hodiace sa nedoplňte/doplňte*

Vstup:

Pole:

-- 31 9 31

31 -- 9 32

9 9 -- 9

31 32 9 --

 $k = 1$ **Výstup:**

31

(V tomto prípade vieme určiť, že prvá hviezda je vo vzdialenosti 31 a tretia vo vzdialenosti 9. V skutočnosti druhá hviezda je vo vzdialenosti 50 a štvrtá vo vzdialenosti 32, to už ale z daných údajov určiť nevieme.)

2. Ortonormálny teleport

15 bodov

V hlbokom vesmíre v galaxii zvanej Húsenková dráha³ má svoje mesto planéta, ktorá sa volá Teleportka. Možno už tušíte, že toto meno nedostala náhodou. Obyvatelia tejto planéty sa totiž vedia premiestňovať z jedného miesta na druhé najrýchlejšou cestou (aspoň my pozemšťania si to myslíme), teda pomocou teleportu. Ale nemyslite si, že to majú úplne super vymakané! Kto chce používať na premiestňovanie teleport, musí úspešne absolvovať kurz teleportingu, a kto na to nemá, musí chodiť po svojich. Na kurze sa naučia, ako obsluhovať teleport a ako to celé funguje.

V každom meste Teleportky je určitý počet teleportovacích miest, nazývaných odpichový teleport. Má tvar kruhu a v strede sa nachádza riadiaci pult, pomocou ktorého sa Teleportárania premiestňujú. Postavia sa na kruh a stlačia tlačítko označujúce cieľ, kam sa chcú dostať a za sekundu sa nachádzajú už v mieste určenia. Bohužiaľ, nemôžu sa z každého odpichového teleportu dostať všade a to, že sa dá z mesta A teleportovať do mesta B , neznamena, že sa musí dať aj z B do A .

Keďže Teleportárania mohli takýmto spôsobom precestovať za deň aj milión kilometrov, už si vôbec nelámali hlavu s tým, či vôbec chodia najkratšou cestou. Napríklad keď sa chceli dostať z mesta A do mesta E pokojne išli aj takto: z A do B , potom do C , potom do D , potom do B , potom do C a nakoniec do E , a nikomu nevadilo, že existuje aj kratšia cesta. Teda skoro nikomu, jeden bezvýznamný filozof sa nad tým stále zamýšľal. Dlho, dlho nič nevymyslel, ale zrazu ho napadlo, že on ani nevie, koľko vlastne takých ciest je ...

Úloha: Na vstupe je počet miest N , prirodzené čísla K a M a potom M dvojíc miest, odkiaľ kam sa dá priamo teleportovať (dvojica (a, b) určuje že sa dá skočiť z a do b). Napíšte program ktorý vypočíta, koľko existuje rôznych sledov teleportovania dĺžky práve K . Sled je definovaný ako postupnosť miest $a_0, a_1, \dots, a_{K-1}, a_K$, pričom pre všetky i od 0 do $K-1$ sa dá priamo teleportovať z mesta a_i do a_{i+1} .

Vstup: $N = 3, K = 1234457542, M = 3$

0 1

1 2

2 0

Vstup: $N = 4, K = 42, M = 5$

0 1

0 2

1 3

2 3

3 0

Výstup:

3

Výstup:

65536

³Vraj nazvanej podľa slávneho bádateľa Hú Senka.

3. O mrakodrapoch

15 bodov

Malý Lukáš dostal na Vianoce M rovnakých kociek, s ktorými sa teraz celé dni hrá. Už z nich postavil všetko od katedrály po električku a pomaly ho to začalo nudiť. Vtom ho však napadlo stavať z kociek mrakodrapy a nie hocikolko, ale práve N . Každý mrakodrap sa skladá z jedného stĺpca kociek a výšky mrakodrapov navyše tvoria zľava doprava neklesajúcu postupnosť.

Toto ho tiež začalo po chvíli nudiť a tak si to sťažil. Uvedomil si, že dve rozostavenia mrakodrapov sa dajú lexikograficky porovnať. Ak $a_1, \dots, a_n$ a $b_1, \dots, b_n$ sú dve rozostavenia, tak prvé je menšie ako druhé práve vtedy, keď sa na prvých $i - 1$ pozíciách zhodujú a platí $a_i < b_i$. Lukáš by si rád postavil k -te rozostavenie mrakodrapov, lenže je ešte príliš malý na takúto matematiku.

Úloha:

Na vstupe sú tri čísla M, N, K . Úlohou je nájsť K -te rozostavenie N mrakodrapov, ktoré sú poskladané práve z M kociek.

Príklad:

Vstup:

$M = 9, N = 4, K = 5$

Výstup:

1 2 3 3

4. Opäť v 47. hyperpriestorovej dimenzii

15 bodov

Časť 47-rozmerného hyperpriestoru sa bude rozpredávať na hyperparcely. Dotyčná časť hyperpriestoru má tvar 17-rozmerného hyperkvádra, ktorého hrany sú rovnobežné so súradnicovými osami a až q . „Ľavý dolný“ roh tohto hyperkvádra má súradnice $(0, 0, \dots, 0)$, „pravý horný“ roh má súradnice $(10, 10, \dots, 10)$. (Ak si neviete predstaviť hyperkváder, predstavte si 17-rozmerné pole, ktorého každý rozmer má veľkosť 10.)

Hyperpozemkový úrad pripravil návrh rozdelenia tohto hyperkvádra na hyperparcely. Ale keďže v 17 rozmeroch sa ani hyperdivá srnka nevyzná, je dosť možné, že sú v návrhu chyby. Potrebovali by vašu pomoc.

Úloha:

Na vstupe je popis jednotlivých hyperparciel. Každá hyperparceta je zadaná sústavou podmienok. Podmienka má tvar $x?c$, kde x je súradnicová os, $?$ je znamienko ($=$, $<$, $>$, $<=$ alebo $>=$) a c je celé číslo od 0 do 10.

Váš program by mal postupne overiť:

- či má každá hyperparceta nenulový hyperobjem
- ak áno, či sa žiadne dve hyperparcely neprekrývajú
- ak nie, či hyperparcely dokopy pokrývajú celý hyperkváder

Príklad:

Vstup:

1: " $a > 3$ $a > 2$ ", 2: " $a <= 3$ $b > 5$ ", 3: " $b < 6$ $a <= 3$ "

Vstup:

1: " $a = 0$ $a = 1$ ", 2: " $a >= 2$ "

Vstup:

1: " $a >= 5$ ", 2: " $q <= 6$ "

Vstup:

1: " $a >= 5$ ", 2: " $a <= 4$ $b > 7$ ", 3: " $a = 4$ $c >= 14$ $b = 7$ ",
4: " $a < 5$ $b < 7$ ", 5: " $c < 13$ $a = 4$ $b = 7$ ", 6: " $a < 4$ $b = 7$ "

Výstup:

OK

Výstup:

Hyperparceta 1 je prázdna.

Výstup:

Hyperparcely 1 a 2 sa prekrývajú.

Výstup:

Nekompletné pokrytie.

5. Opatrne s XORovaním!

tak okolo 20 bodov

Na úvod sa stručne zoznámime s binárnou operáciou *xor* (exclusive or, po našom „buď alebo“). Budeme ju zapisovať $\oplus$. Pre hodnoty 0 (false, nepravda) a 1 (true, pravda) ju definujeme nasledovne:

$$0 \oplus 0 = 1 \oplus 1 = 0, \quad 0 \oplus 1 = 1 \oplus 0 = 1$$

Teda $x \oplus y = 1$ práve vtedy, ak práve jedna z premenných x, y je 1.

Teraz môžeme operáciu *xor* definovať aj pre ľubovoľné dve nezáporné celé čísla x, y nasledovne: Zapišeme pod seba ich zápisy v dvojkovej sústave, kratší prípadne doplníme zľava nulami. Nech i -te cifry x, y sú x_i a y_i . Potom i -ta cifra výsledku je $(x_i \oplus y_i)$. Príklad:

$$17 \oplus 9 = (10001)_2 \oplus (01001)_2 = (11000)_2 = 24$$

Na operáciu *xor* sa môžeme dívať ako na sčítanie v dvojkovej sústave, pri ktorom zabúdame robiť prenos od nižších rádov k vyšším. Všimnite si, že táto operácia je komutatívna, asociatívna a platí $x \oplus x = 0$.

Pokračovať budeme rozprávaním o pirátskej truhlici. Profesor Quilenius na jednej zo svojich početných výprav zabľúdil do Karibiku. Ako áno, ako nie, po dlhom a finančne vyčerpávajúcom hľadaní objavil jednu truhlicu plnú zlatých dublónov. Lenže čo s ňou v ďalekej cudzine? Ideálne by bolo doviesť ju domov a tam ju spokojne predať... ehm, chcem povedať darovať múzeu. Lenže na letenku domov mu už nezostávalo peňazí.

Spomenul si ale na svojho priateľa profesora Jonesa, toho času sa nachádzajúceho v Anglicku. Keby mu truhlicu poslal, profesor Jones by sa o ňu určite dobre postaral a dostal by jeho, Quilenia, späť domov. Ale keď mu truhlicu len tak pošle, skoro určite ju po ceste vykradnú! A naopak, ak ju poriadne zamkne, ani Jones ju neotvorí... Čo s tým?

Netrvalo dlho a v hlave profesora Quilenia sa zrodil plán – diabolsky rafinovaný, a pri tom tak jednoduchý. Nasledoval telefonát s profesorom Jonesom, všetko si dohodli a tak aj spravili. O dva týždne už bol obsah truhlice v rukách profesora Jonesa a profesor Quilenius na ceste domov. Pýtate sa, ako to spravili? Jednoducho:

- Profesor Q. dal na truhlicu pevný zámok a poslal ju profesorovi J.
- Profesor J. truhlicu nevie otvoriť, ale zato na ňu vie pridať druhý, rovnako pevný zámok. Potom pošle truhlicu späť.
- Profesor Q. otvorí svoj zámok. Truhlica stále ostáva zamknutá zámkom profesora J. Pošle truhlicu späť.
- Profesor J. otvorí svoj zámok a má otvorenú truhlicu.

Keď si tento príbeh prečítali Alica s Bobom, zdalo sa im, že je to ideálne riešenie ich problému – ako si posilať správy bez toho, aby si ich mohla poštárka čítať. Vymysleli si nasledujúci postup:

- Alica zoberie správu M , ktorú chce poslať. Zapiše ju ako postupnosť bitov ASCII hodnôt znakov správy. Zvolí si kľúč K_A – náhodnú postupnosť bitov rovnakej dĺžky ako zápis M . Správu M prexoruje kľúčom K_A a pošle ju Bobovi.
- Bobovi prišla správa. Zvolí si rovnako dlhý kľúč K_B , prexoruje ním ju a pošle ju späť.
- Alici prišla správa, prexoruje ju K_A a pošle ju späť.
- Bobovi prišla správa, prexoruje ju K_B a prečíta si výsledok.

Cyril a Diana mali podobný problém. Cyril však prišiel na jednoduché riešenie. Keď sa raz s Dianou stretli, dohodli si kľúč K . Bezpečný prenos správy je teraz omnoho jednoduchší:

- Cyril zoberie správu M , ktorú chce poslať. Zapiše ju ako postupnosť bitov ASCII hodnôt znakov správy. Zoberie začiatok kľúča K rovnakej dĺžky a prexoruje ju ním. Výslednú správu S pošle Diane.
- Diane prišla správa. Zoberie začiatok kľúča K rovnakej dĺžky a prexoruje ju ním. Výsledok si prečíta.

Cyril ubezpečil Dianu, že tento spôsob je úplne bezpečný – poštárka vidí len S a o M nezistí nič okrem dĺžky.

Úloha:

- Rozcvička 1: Ukážte, že výsledok, ktorý Bob dostane, je naozaj Alicina správa.
- Rozcvička 2: Ukážte, že Cyril má pravdu. Ak poštárka pozná S , tak ku každej správe M' rovnakej dĺžky ako S existuje práve jeden kľúč K' , ktorý by zašifroval M' na S .
- Analógie nie vždy fungujú. Napríklad postup Alice a Boba nie je taký skvelý, ako sa zdá. Poštárka odpočula nasledujúcu komunikáciu medzi Alicou a Bobom:

A: 81 d5 62 63 83 4a 34 57 66 66 07 3d 78 39 39 96 9c 38 31
 B: 80 e0 ac bc 12 7e 94 32 21 02 26 7f 1c 9a 03 96 9d 22 1c
 A: 52 41 bc bc b1 44 d2 16 33 44 52 29 16 d9 1a 6b 73 71 0c

 Zistite obsah správy.
- Ani nápad profesora Quilenia nebol dokonalý. Predpokladajme, že profesor Smith sa dozvedel o truhlici skôr, ako ju prvýkrát poslali. Chce sa zmocniť jej obsahu. Navrhните, čo má spraviť, aby sa mu to podarilo.
- Aj Cyrilov postup má svoje slabiny. Kľúč K by totiž mali použiť len raz. Prečo? Cyril s Dianou použili dvakrát ten istý kľúč K . Poštárka zachytila obe správy:

C_1 : 17 6f c8 3c 06 6f 39 8c 37 37 c9 37 c0 ce d8 db 2f 85 2e 63 c6 e2 62
 f9 43 4c 73 08 4a 4d 75 af 2c b0 c8 cc 80 4b 5f 05 57 25 73 84
 C_2 : 17 65 d4 39 4a 77 22 88 33 37 c5 33 d0 da cf d9 29 97 67 71 83 a4 64
 f7 17 4c 37 09 4f 47 21 b6 6d ad c4 d3 cf 44 47 1f 4f 3e 77 8b

 Zistite čo najpresnejšie ich obsahy. Môže sa vám hodiť nejaký zoznam slovenských slov.