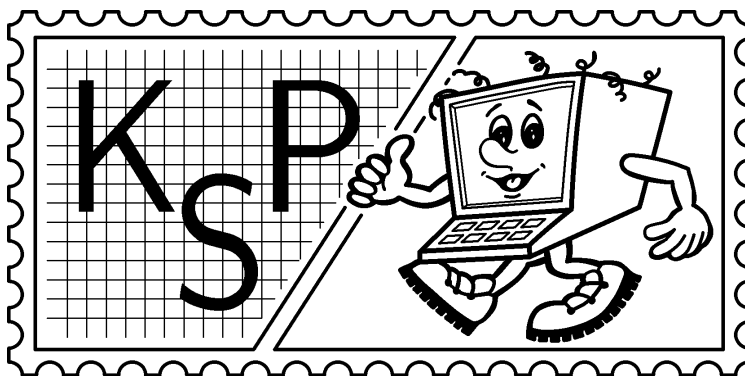




Korešpondenčný seminár z programovania

Leták letnej časti XXV. ročníka

Tento leták obsahuje zadania prvých kôl Korešpondenčného seminára z programovania kategórií KSP-Z, KSP-O aj KSP-T a pravidiel súťaže. Korešpondenčný seminár z programovania je súťaž v programovaní určená pre žiakov stredných škôl. Ročne sa jej zúčastňuje vyše 200 žiakov. Tento rok pre Vás skupina študentov a doktorandov FMFI UK pripravila už 25. ročník.

Učiteľom informatiky:

Sprístupnite, prosím, tento materiál vašim žiakom. Ideálne by bolo spraviť niekoľko fotokópií zadaní a rozdať ich záujemcom, prípadne vyvesiť kópiu zadaní na nástenku. Podporte účasť študentov v našej súťaži. Môžu tak získať cenné vedomosti siahajúce nad rámec stredoškolských osnov. Možno práve na Vašej škole vyrastá budúci účastník Medzinárodnej informatickej olympiády. Mnohí z nich získavali skúsenosti práve účasťou v našom seminári.

Stredoškólakom:

Ak si žiakom strednej školy a vieš aspoň trochu programovať, neváhaj a zapoj sa do našej súťaže, má to množstvo výhod:

- Môžeš si porovnať svoje schopnosti so žiakmi z celého Slovenska.
- Riešením súťažných úloh a štúdiom poskytnutých vzorových riešení sa môžeš naučiť mnoho nových vecí. Získané poznatky a skúsenosti sa Ti iste budú hodiť na iných súťažiach v programovaní, pri prijímacích pohovoroch i počas vysokoškolského štúdia.
- Na riešenie úloh máš dosť času a môžeš ich riešiť doma bez toho, aby si niekam cestoval.
- Medzi zadaniami sa nachádzajú ľahšie aj ťažšie. Každý si môže vybrať tie, ktoré vie riešiť a ktoré sa mu zdajú zaujímavé.
- Najlepších riešiteľov pozývame každoročne na dve týždenné sústreduenia. Sústreduenie je jedinečná príležitosť ako spoznať nových priateľov s podobnými záujmami, naučiť sa veľa nového a zažiť veľa zábavy.

Rodičom a sponzorom:

Organizácia korešpondenčného seminára a sústreduení pre najlepších riešiteľov je z finančného hľadiska čím ďalej, tým náročnejšia. Preto s radosťou uvítame každého, kto by bol ochotný KSP sponzorovať. V prípade, že by ste KSP chceli sponzorovať a chcete presnejšie informácie, prípadne o nejakom sponzorovi viete, ozvite sa prosím mailom na ksp-info@ksp.sk.

.....

Priezvisko a meno: _____

Dátum narodenia: _____ Rok maturity: _____

Škola: _____

Adresa pre korešpondenciu: _____ Adresa domov: _____

E-mail: _____ Telefón: _____

25. ročník KSP – evidenčný listok

.....

Priezvisko a meno: _____

Dátum narodenia: _____ Rok maturity: _____

Škola: _____

Adresa pre korešpondenciu: _____ Adresa domov: _____

E-mail: _____ Telefón: _____

25. ročník KSP – evidenčný listok

.....

Priezvisko a meno: _____

Dátum narodenia: _____ Rok maturity: _____

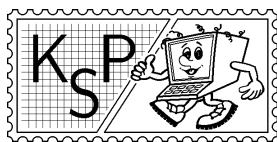
Škola: _____

Adresa pre korešpondenciu: _____ Adresa domov: _____

E-mail: _____ Telefón: _____

25. ročník KSP – evidenčný listok

.....



Korešpondenčný seminár z programovania XXV. ročník, 2007/08

Katedra základov a vyučovania informatiky FMFI UK,
Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

KSP finančne podporujú: MICROSTEP-MIS spol. s r.o.

Whitestein Technologies spol. s r.o.

Pravidlá

Korešpondenčný seminár z programovania (KSP) je súťaž programátorov – stredoškóľakov (a mladších). Jej cieľom je zdokonaľiť žiakov, ktorí už vedú programovať, alebo sa práve programovať učia, v programovaní a v algoritmickej mysli.

Kategórie: Korešpondenčný seminár z programovania pozostáva z troch kategórií: **KSP-Z**, **KSP-O** a **KSP-T**. Kategória KSP-Z je určená pre začínajúcich riešiteľov. Pokročilým riešiteľom je určená kategória KSP-O. Tým najlepším odporúčame riešiť navyše aj kategóriu KSP-T. **Na sústredenie však na základe riešení úloh z kategórie KSP-T nepozývame – úlohou tejto kategórie je celoročná príprava riešiteľov na medzinárodné súťaže.**

Kategórii KSP-O a KSP-T sa môžu zúčastniť všetci stredoškóľáci (a základní škóľáci) bez obmedzenia, aj riešitelia KSP-Z. Obzvlášť radi privítame účasť dievčat.

Kategóriu KSP-Z v tomto polroku môžu riešiť:

- druháci na strednej škole a mladší, ak do 1.1.2008 boli najviac na 1 sústreďení KSP
- tretiaci a štvrtáci na strednej škole, ak do 1.1.2008 neboli na sústreďení KSP

Za štvrtákov považujeme študentov, ktorí maturujú v tomto školskom roku, tretiaci sú tí, ktorí budú maturovať budúci školský rok, ostatné ročníky analogicky.

Odmena: Najlepších riešiteľov z kategórií KSP-Z a KSP-O pozývame každoročne na dve týždenné sústreďenia (pokiaľ sa ich podarí zorganizovať). Na jesenné sústreďenie nepozývame riešiteľov, ktorí už ukončili strednú školu.

Najlepších riešiteľov z kategórie KSP-T čakajú hodnotné vecné ceny (ako napríklad fajné knižky, štýlové tričká a tak, veď uvidíte).

Pokiaľ viete o niekom, kto by mohol sústreďenia KSP čo i len čiastočne sponzorovať, dajte nám o ňom (a prípadne jemu o nás) vedieť.

Organizácia súťaže: Všetky kategórie sú organizované v štyroch kolách, ktoré sú rozdelené na dva samostatné polroky po dvoch kolách. Na jarné sústreďenie teda budú pozývaní najlepší riešitelia podľa počtu bodov za zimnú časť a na jesenné sústreďenie podľa počtu bodov za letnú časť. Kolo obsahuje 10 príkladov, z čoho **príklady 1-5 tvoria kategóriu KSP-Z, príklady 4-8 kategóriu KSP-O a príklady 8-10 kategóriu KSP-T**. Príklady každého kola (nie nutne všetky) je treba vyriešiť a do určeného termínu poslať na našu adresu. Riešenia odoslané po tomto termíne nemusia byť hodnotené, prípadne môžu byť riešiteľovi strhnuté body za neskoré odoslanie riešenia. Riešiteľom, ktorí sa zúčastnili niektorého kola súťaže, pošleme zadania ďalšieho kola, výsledkovú listinu a komentáre k riešeniam. Ďalšieho kola sa však môžu zúčastniť aj tí žiaci, ktorí sa predchádzajúceho kola nezúčastnili.

Požiadavky na riešenia: Základom riešenia každého príkladu (ak nie je v zadání uvedené inak) je **listing programu** v ľubovoľnom vyššom programovacom jazyku (najlepšie Pascal, C/C++). Na programe nás zaujíma najmä jeho korektnosť (dáva program pre každý vstup správny výsledok?) a efektivita (koľko času a pamäte potrebuje na spracovanie vstupu určitej veľkosti). Dôraz kladte na algoritmickej časť programu, pri načítavaní vstupu a vypisovaní výstupu nemusíte úplne presne dodržiavať formát zo zadania. Rovnako dôležitou súčasťou riešenia je **slovný popis** riešenia. Slovný popis by mal obsahovať popis použitého algoritmu,

prípadne popis kľúčových dátových štruktúr. Mal by byť natoľko jasný a zrozumiteľný, aby bolo podľa neho možné napísať program rovnako efektívny, ako ten váš. Ďalej vyžadujeme **zdôvodnenie** (dôkaz) **správnosti** použitého algoritmu a odhad časovej a pamäťovej zložitosti algoritmu (t.j. koľko času a pamäte potrebuje váš program v závislosti od veľkosti vstupných dát).

Na internetovej stránke <http://www.ksp.sk/ksp/riesenie.php> nájdete ukážkovo vyriešených niekoľko starších príkladov. Na tej istej stránke sa môžete aj dočítať, čo je vlastne časová a pamäťová zložitosť (ak vám tieto pojmy veľa nehovoria).

Technické detaily: Podobne ako v olympiáde z informatiky, ak píšete program v C++ a používate STL, súčasťou popisu vášho algoritmu by mal byť dostatočne podrobný popis implementácie dátových štruktúr, ktoré používate. Podobné podmienky platia aj pre používanie pokročilých dátových štruktúr v Jave či inom programovacom jazyku. Ak si nie ste istí, či niečo môžete použiť, radšej to popíšte, prípadne nás kontaktujte mailom na ksp@ksp.sk a opýtajte sa.

Formálna úprava: Diskety nám neposielať. Svoje riešenia píšete na papieri formátu A4. Prvý list každého riešenia má obsahovať hlavičku, v ktorej je meno riešiteľa, číslo príkladu, kategória, počet listov príkladu a škola. Ďalšie listy obsahujú meno, číslo príkladu a číslo listu. Ak má príklad niekoľko listov, zopnite ich spolu (v ľavom hornom rohu), aby sa nestratili. Nezopínajte listy patriace rôznym príkladom a už vôbec nepíšete riešenia viacerých príkladov na ten istý list papiera.

Bodovanie: Maximálny počet bodov za príklad závisí od jeho náročnosti, uvádzame ho pri zadaní každého príkladu. KSP je súťaž jednotlivcov, preto ak sa vyskytnú „kolektívne riešenia“, bude za ne udelených patrične menej bodov.

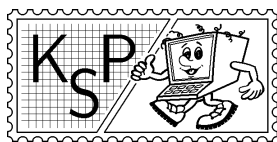
Evidenčný lístok: Každý súťažiaci, ktorý ešte KSP neriešil (alebo sa mu od minula zmenili niektoré údaje) musí poslať spolu s riešeniami prvého kola vyplnený evidenčný lístok. Veľmi dôležitou informáciou na tomto lístku je adresa pre korešpondenciu. Na túto adresu budeme posilať opravené riešenia a zadania ďalších kôl. Ak táto adresa je iná, ako vaša domáca adresa (ak bývate napr. na internáte), napíšte nám aj svoju domácu adresu, aby sme vám mohli písať aj cez prázdniny. Nezabudnite tiež uviesť rok, v ktorom maturujete. Tí z vás, ktorí máte prístup k internetu, môžete evidenčný lístok vyplniť na adrese <http://www.ksp.sk/ksp/prihlaska.php>.

Poštovné náklady: Žiaľ nie je v našich silách hradiť všetky výdavky na poštovné (rozposielanie zadaní, riešení a vzorových riešení). Preto sme zaviedli „účastnícky poplatok“. Účastnícky poplatok je **15 Sk** za každú sériu, ktorej sa riešiteľ zúčastní a posieľa sa spolu s **riešeniami úloh formou poštových známok v rozumných hodnotách, napr. 2 a 5 Sk**. Účastníkom, ktorí nám nepošlú známky, hrozí, že od nás nedostanú žiadnu poštu.

Upozornenie: Účasťou v KSP nám zároveň dávate súhlas spracovať a archivovať v elektronickej podobe údaje, ktoré nám poskytnete na evidenčnom lístku, ako aj súhlas zverejniť vaše meno, školu, ročník a dosiahnuté výsledky vo výsledkovej listine.

Tešíme sa na vaše riešenia a prajeme vám veľa dobrých nápadov

KSPáci



**Korešpondenčný seminár z programovania
XXV. ročník, 2007/08**
Katedra základov a vyučovania informatiky FMFI UK,
Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

KSP finančne podporujú: MICROSTEP-MIS spol. s r.o.

Whitestein Technologies spol. s r.o.

Príklady 1. kola letnej časti

Milé naše riešiteľky, milí naši riešitelia, milé naše riešiteľatá,

Tak sa nám semester so semestrom zišiel a opäť sa vám dostávajú do rúk zadania Vášho obľúbeného semináru. Než si ale oslintáte klávesnicu pri vidine jesenného sústreďenia dovoľme si Vás schladiť. Aby sa človek dostal na sústreďenie, musí sa snažiť¹! Preto dúfame, že sa rýchlo pustíte do riešenia týchto chrumkavých úloh, ktoré Vám naservírovali vaši obľúbení vedúci.

Aby ste holúbätká náhodou nenadobudli pocit, že to robíte nadarmo, pripomíname Vám, že najlepších čaká **pozdávka na sústredko**, a tých najlepších z najlepších navyše aj úžasné **knižné ceny**. A pre víťaza kategórie T samozrejme okrem knižnej odmeny aj nehynúca sláva, a dav rozvášnených fanyniek².

A dokedy toto všetko? **Termín** odoslania riešení tejto série je už pondelok **10. marca 2008**.

P=NP? Hapciiii! Je to pravda...

KSPáci

1. Zlietajú sa lastovičky

kat. Z; 15 bodov

*Prebúdza sa lúka, pole,
prebúdza sa hora,
zlietla zrána lastovička
do nášho dvora.*

Čo nevidieť tu bude jar a lastovičky sa k nám začnú vracieť zo zimných krajín. Najviac ich môžeme vidieť sedávať pokope na drôtoch elektrického vedenia. Avšak také lastovičky si nesadajú na tieto drôty náhodne. Aby sa pod nimi drôt náhodou neprehol, snažia sa nesadať si k sebe na vzdialenosť menšiu ako X . Vieme, že na našom drôte už nejaké lastovičky sedia. Chceme teraz zistiť, koľko sa ich tam ešte zmestí.

Úloha: Na vstupe máte zadaný počet lastovičiek $N > 1$ a minimálnu vzdialenosť dvoch lastovičiek X (kde X je celé číslo). Ďalej nasleduje N riadkov, kde v i -tom riadku je zadaná pozícia i -tej lastovičky. Pozícia je celé číslo, udávajúce vzdialenosť lastovičky od začiatku drôtu, na ktorom sedia. Môžete predpokladať, že lastovičky sú zadané v poradí, v akom sedia na drôte, a že žiadne dve nie sú k sebe bližšie ako X .

Vašou úlohou je vypísať, koľko najviac lastovičiek si môže prisadnúť medzi prvú a poslednú lastovičku tak, aby naďalej platilo, že vzdialenosť ľubovoľných dvoch lastovičiek je aspoň X .

¹tak aspoň znie oficiálne stanovisko

²KSP neručí, za žiadnu súčasť ceny s výnimkou knižnej

Príklad:**Vstup:** $N = 5, X = 2$

0

5

10

19

22

Výstup:

5 (Sadnúť si môžu napr. na pozície 2, 8, 12, 15 a 17.

2. Zmrznutá tybloň

kat. Z; 15 bodov

Santo je veľký pestovateľ tyblík.³ Ako taká tybloň vyzerá? Zo zeme vyrastá kmeň. Na konci kmeňa sedí tyblko. Z tyblka vyrastajú (ale nemusia) ďalšie konáre. Na konci každého konára sedí ďalšie tyblko. Z tých tyblík zase môžu vyrastať konáre, atď. Navyše v každom tyblku je malý, zlatý, päťkarátový červíček. Tyblone sa pestujú pre šupku tyblík a pre červíčky. Avšak ak chceme vybrať z tyblka červíčka, musíme ho rozrezať⁴, čím sa poškodí šupka a navyše odpadnú všetky konáre, čo z neho rastú, aj so všetkým, čo je na nich. Červíci z odpadnutých tyblík zdrhnú a teda sa dá predáť iba ich šupka. Rozrezaním jedného tyblka teda získame jedného červíka (z neho) a niekoľko šupiek (z iných tyblík, čo odpadli).

Santo sa rozhodol splatiť hypotéku, a tak začal rozmýšľať, koľko vie vlastne na tybloni zarobiť. Pre každé tyblko si zistil cenu jeho červíka a cenu jeho šupky. Teraz húta, ktoré tyblká rozrezať a ktoré predáť na šupky – skúste mu pomôcť.

Úloha: Na vstupe je číslo N , ktoré označuje počet tyblík. Tyblká sú očíslované od 1 po N . Tyblko s číslom 1 sedí na kmeni tyblone. Ďalej nasleduje $N - 1$ riadkov, každý z nich obsahuje dve čísla tyblík u_i a v_i , ktoré sú spojené konárom. Môžete predpokladať, že medzi každými dvoma tyblkami existuje práve jedna cesta po konároch (a teda to je strom). Na konci je ďalších N riadkov; i -ty z týchto riadkov obsahuje dve čísla, a_i a b_i : a_i je cena šupky a b_i je cena červíka z i -teho tyblka.

Santo postupne rozrezáva tyblká. V každom kroku si vyberie tyblko, ktoré je ešte na tybloni, alebo sa rozhodne, že s rezaním končí. Ak si vyberie i -te tyblko, rozreže ho a dostane b_i peňazí za červíčka v ňom. Všetky vetvy vychádzajúce z tyblka odpadli a za každé tyblko j na odpadnutej vetve si Santo pripíše a_j peňazí za šupku. Keď s rezaním skončí, získa ešte a_j peňazí za šupku každého tyblka j , ktoré ešte zostalo na tybloni. Vašou úlohou je napísať program, ktorý vypočíta, koľko peňazí vie Santo najviac zarobiť.

Príklad:**Vstup:** $N = 5$

2 1

3 2

4 3

5 4

1 1

5 3

4 7

7 4

0 1

Výstup:

21

Najskôr rozreže tyblko číslo 5. Dostane 1 peňaz za červíka v ňom. Potom tyblko číslo 3. Dostane 7 + 7 peňazí (7 za červíka v tyblku číslo 3, a 7 za šupku z tyblka 4). Nakoniec predá aj zvyšok stromu, za čo dostane 1 + 5 peňazí za šupky zo zvyšných tyblík. Dokopy má teda 21 peňazí.

³V skutočnosti pestuje tyblone, ale ako iste všetci viete, tyblká rastú na tybloniach.

⁴Rozrezať musíme samozrejme tyblko, nie červíka. A už vôbec nie Santa.

3. Zase tie výroky...

kat. Z; 15 bodov

Raz neskoro večer na matfyzu si Zemčo všimol, že už je strašne veľa hodín. Tak sa pobral domov. Avšak cestou si všimol, že v trinástom akváriu je niečo napísané na tabuli. Tak sa tam vybral a uvidel tam napísané:

„Práve 4 z týchto výrokov sú pravdivé.“

„Práve 3 z týchto výrokov sú pravdivé.“

⋮

„Práve 47 z týchto výrokov je pravdivých.“

A tak začal rozmýšľať a rozmýšľať, koľko že to vlastne výrokov je pravdivých. Avšak Zemčo musí byť o desiatej doma, preto mu pomôžte, nech to stihne.

Úloha: Prvý riadok vstupu obsahuje počet výrokov N ($1 \leq N \leq 4\,000\,000$). Potom nasleduje N riadkov, každý z nich obsahuje jedno nezáporné celé číslo $a_i < 2^{31}$ reprezentujúce výrok „Práve a_i z týchto výrokov je pravdivých.“.

Na výstup vypíšte práve jeden riadok obsahujúci počet pravdivých výrokov. Ak môže byť správnych viac odpovedí, vyberte z nich tú najväčšiu možnú. Ak neexistuje žiadna správna odpoveď, vypíšte riadok obsahujúci -1 .

Odobzdávanie: Pre odovzdanie tejto úlohy je potrebné byť registrovaný na Liahni a odovzdať riešenie na adrese https://liahen.ksp.sk/task.php?task_id=43 (úloha je medzi špeciálnymi úlohami a volá sa **vyroky**).

Pri odovzdávaní bude riešenie otestované na príkladoch zo zadania – takto si môžete overiť, či máte správny formát vstupu a výstupu. Po termíne odovzdania riešenia bude **posledné odovzdané** riešenie každého z riešiteľov otestované na iných testovacích vstupoch. Body za túto úlohu dostanete podľa úspešnosti vašich programov pri testovaní. Prosíme vás zároveň, aby ste si po registrácii vyplnili svoje celé meno, aby sme vedeli, komu body patria. Kto tak nespraví, body za túto úlohu nedostane.

Priklady:

Vstup:

5
0 0 1 2 3

Výstup:

1

Vstup:

10
1 2 2 3 3 3 4 4 4 4

Výstup:

4

Vstup:

2
0 3

Výstup:

-1

(Ak by sme vypísali 0, tak by to znamenalo, že prvý výrok, „Práve 0 z týchto výrokov je pravdivých.“, je pravdivý. Ale to je v rozpore s ním samým.)

..... Tu začínajú zadania KSP-O

4. Organizácia Kopanie Stôk Prievidla

kat. Z a O; 15 bodov

V prestížnej organizácii Kopanie Stôk Prievidla⁵ sa chystajú veľké zmeny. Keďže si nikto nevedel zvyknúť na demokraciu a rovnosť všetkých členov, rozhodli sa zaviesť organizačnú štruktúru. Dohodli sa na troch základných bodoch.

1. V organizácii bude práve jeden človek, tzv. starý koreň, ktorý nebude mať šéfa.

⁵ďalej len *KSP*

2. Každý okrem starého koreňa musí mať práve jedného šéfa.

3. Nikto nemôže byť nadriadeným sám sebe.⁶

Všetci dobre vieme, že dôležité sú tie nepísané pravidlá. A keďže chceli predísť hádkam, zaviedli si nasledovné.

4. Ak sa nejakí dvaja ľudia často hádajú a nevedia sa dohodnúť,⁷ musí jeden z nich v novej štruktúre byť nadriadeným (pozor, nie nutne priamo šéfom) toho druhého.

No a preto, aby si na seba zvykli aj tí pohádaní ľudia, a čiastočne aj z prirodzenej škodradosti, vzniklo ešte jedno pravidlo.

5. Každý musí byť rozhádaný so všetkými, ktorým bude šéfom.

Úloha: Na prvom riadku vstupu sú zadane celé čísla N a K . Číslo N vyjadruje počet všetkých členov organizácie, K je počet pohádaných dvojíc. Nasledujúcich K riadkov obsahuje dvojice čísel i a j ($1 \leq i, j \leq N$), ktoré hovoria o tom že i -ty člen je pohádaný s j -tým a naopak.

Vašou úlohou je nájsť ľubovoľnú organizačnú štruktúru, ktorá spĺňa všetkých päť vyššie uvedených pravidiel a je v nej každý člen. Ak taká neexistuje, vypíšte o tom príslušnú správu. Ak existuje, tak pre každého člena vypíšte zoznam členov, ktorým bude šéfovať.

Príklad:

Vstup:

$N = 4, K = 2$

1 2

4 3

Príklad:

Vstup:

$N = 6, K = 7$

3 4

2 4

3 2

2 5

3 5

5 6

1 5

Výstup:

Nie je možné vytvoriť organizačnú štruktúru.

Výstup:

1:

2: 3

3: 4

4:

5: 1, 2

6: 5

5. Opály, zafíry, a iné drahé kamene

kat. Z a O; 15 bodov

Maty prišiel do Klubu Mladých Striebrotepcov a všimol si na stole nádherný náhrdelník zostavený z lesknúcich sa drahých kameňov. Ihneď sa mu zapáčil a dostal chuť taký náhrdelník vlastniť.⁸ Preto začal skúmať, ako je zostrojený, a podarilo sa mu spraviť dve pozorovania: Náhrdelník je zložený z drahých kameňov, ktoré sa lesknú. Kamene sa v náhrdelníku lesknú viac, ako keď sú každý zvlášť, lebo keď sú v náhrdelníku, tak sa svetlo môže odrážať od susedných kameňov.

Presnejšie to funguje takto. Lesk každého kameňa je nejaké **kladné** celé číslo. Keď teraz pospájame kamene do náhrdelníka, zvýši sa lesk každého kameňa o lesk jeho susedov. (Úplne formálne, lesk i -teho kameňa v náhrdelníku je súčet pôvodných leskov $((i - 1) \bmod n)$ -teho, i -teho a $((i + 1) \bmod n)$ -teho kameňa).

Úloha: Na prvom riadku vstupu je dané kladné celé číslo N , označujúce počet drahých kameňov, z ktorých je náhrdelník zostavený. Na druhom riadku je N kladných celých čísel a_0 až a_{n-1} . Tieto čísla udávajú, ako lesklé sa Matymu zdali jednotlivé kamene náhrdelníka,

⁶Nadriadený = šéf, šéfov šéf, šéf šéfovho šéfa, atď.

⁷To by ste neverili, koľko takýchto dvojíc sa nájde. . .

⁸Nikdy nemôžete vedieť, kedy sa vám taký náhrdelník zide.

ktorý videl. Vašou úlohou je zistiť, aké boli pôvodné lesky kameňov, z ktorých bol náhrdelník zostrojený. Ak existuje viac možností, ako mohli vyzerat pôvodné kamene, tak stačí vypísať jednu. Ak neexistuje žiadna sada kameňov, z ktorých by sa dal zostrojiť daný náhrdelník, vypíšte, že ide o falzifikát.

Príklady:

Vstup:

5
3 3 3 3 3

Výstup:

1 1 1 1 1

Vstup:

4
7 6 9 8

Výstup:

1 2 3 4

..... Tu končia zadania KSP-Z

6. Obchod

kat. O; 15 bodov

Istá nemenovaná spoločnosť práve prichádza na trh s novým výrobkom. Analýzou databázy predošlých nákupov zistila, koľko najviac je ktorý potenciálny zákazník ochotný zaplatiť za daný výrobok. Samozrejme, spoločnosť chce na svojom výrobku zarobiť čo najviac. Zaviazala sa ale, že náklady na prepravu výrobkov zákazníkom zaplatí sama. Teraz však nie je vôbec ľahké správne určiť cenu tohto nového výrobku.

Úloha: Na vstupe je číslo N , udávajúce počet potenciálnych zákazníkov a pre každého zákazníka sú dané dve čísla a_i a b_i . Číslo a_i udáva maximálnu cenu, za ktorú je ochotný i -ty zákazník kúpiť nový výrobok, b_i sú prepravné náklady, ktoré by spoločnosť platila, ak by si tento zákazník výrobok kúpil. Vašou úlohou je stanoviť cenu (pre všetkých zákazníkov rovnakú), za ktorú sa má nový výrobok predávať.

Pri predaji výrobkov budeme predpokladať dve veci: Spoločnosť ponúkne výrobok práve tým zákazníkovi, u ktorých je cena výrobku vyššia ako prepravné náklady. A keďže tento výrobok je taký úžasný, kúpi si ho každý z nich, kto si ho môže za danú cenu dovoliť.

Presnejšie, ak spoločnosť predáva výrobok za cenu X , tak i -ty zákazník si kúpi výrobok práve vtedy, keď $b_i < X \leq a_i$. Zisk spoločnosti z tohto predaja bude $X - b_i$.

Ak je riešení (teda možných cien výrobku X , ktoré maximalizujú zisk) viac, vypíšte najmenšie nezáporné.

Príklad:

Vstup:

$N = 7$
10 2
10 8
20 11
20 15
5 0
17 20
9 3

Výstup:

9

(Za túto cenu si výrobok kúpi prvý, druhý a siedmy zákazník, dostaneme zisk 14. Rovnaký zisk by sme dostali aj pri cene výrobku 20.)

7. Ondrejova hra

kat. O; 15 bodov

Ondrej je matfyzák a je to na ňom vidieť. Často máva úplne skvelé nápady, ktoré ale jeho nematfyzácki kamaráti nevedia pochopiť. Napríklad minule cestoval vlakom, nudil sa, tak hovorí svojmu prísediacemu: „Tomino, podme sa zahrať dáku hru, aby nám čas rýchlejšie ubehol.“ „To myslíš také tie tvoje hry ako: faktorizuj polynóm nad $\mathbb{Z}_p$ do piatich sekúnd?“

odpovedal Tomáš neprívetivým hlasom, vyberajúc skriptá z účtovníctva. „Nie, táto je naozaj zaujímavá – prisahám“, snažil sa ho Ondrej presvedčiť. „Počkaj, to si predsa hovoril aj o hentej jednej... Ako to bolo... Aha, už viem: Ofarbi graf najmenším počtom farieb“, odpovedal Tomáš hľadajúc kapitolu o dlhodobom hmotnom majetku. Ondrej je človek neodbytný a skúša ešte raz: „No tak, Tomino, však aspoň vyskúšaj, som si istý, že táto hra ťa bude určite baviť.“ Tomáš je predsa len v kútiku duše citlivý človek, ktorý nechce Ondreja zarmútiť a nakoniec sa necháva presvedčiť. Keďže ale už dopredu vie, že Ondrejovej hre bude ledva rozumieť, žiada vás o pomoc.

Úloha: Ondrejova hra je nasledovná: Ondrej si vymyslí n -uholník so stranami rovnobežnými so súradnicovými osami. Potom nakreslí na štvorčekový papier všetky vrcholy n -uholníka, teda tie body, kde sa stretávajú dve po sebe idúce strany (pod uhlom 90 stupňov). Takto pokreslený papier podá Tomášovi a žiada ho, aby z daných bodov dokreslil celý pôvodný n -uholník, a navyše ešte zistil jeho obsah.

Pre dané n a n rôznych bodov v rovine nájdite Ondrejov n -uholník, ktorého vrcholy sú práve dané body. Taktiež nájdite obsah tohto n -uholníka.

Nájdenný n -uholník nesmie nikde sám seba pretínať, ani sa sám seba dotýkať. Inými slovami, dve strany môžu mať spoločný bod vtedy a len vtedy, ak nasledujú bezprostredne po sebe na obvode n -uholníka.

Ak pre dané body existuje viac prípustných n -uholníkov, vyberte si ľubovoľný z nich. Môžete predpokladať, že vstup je korektný a aspoň jeden prípustný n -uholník existuje.

Príklady:

Vstup:

$N = 4$

(0, 0), (2, 2), (0, 2), (2, 0)

Výstup:

Ondrejov n -uholník má body v tomto poradí: (0, 0), (0, 2), (2, 2), (2, 0). Obsah je 4.

Vstup:

$N = 8$

(0, 1), (2, 2), (3, 0), (0, 0),
(3, 1), (2, 1), (1, 2), (1, 1)

Výstup:

Ondrejov n -uholník má body v tomto poradí: (0, 0), (3, 0), (3, 1), (2, 1),
(2, 2), (1, 2), (1, 1), (0, 1).
Obsah je 4.

..... Tu začínajú zadania KSP-T

8. O televíznej hre

kat. O a T; 15 bodov

Peňazí nikdy nie je dosť a aj KSP sa dlhodobo obzerá po možných zdrojoch príjmu. Keďže je v poslednej dobe v rôznych televíziách toľko zábavných hier a súťaží, rozhodol sa náš seminár, že do jednej z nich pošle svojho zástupcu, ktorý vyhrá majland. Ten sa potom použije na ušľachtilé účely, ako napríklad čiastočné hradenie účastníckeho poplatku na sústreďení alebo kvalitnejšie občerstvenie na kapustnici KSP...

I tak sa ocitol Mic v súťažnej hre „Slovensko hľadá hyperlamu“, kde musí robiť množstvo hlúpostí. V prvom kole musel zaspievať pesničku, v druhom musel s čo najväčším potešením zjesť Vifon a v treťom vykopať čo najhlbšiu jamu. Keďže vo všetkých týchto aktivitách je doma, nemal problém povyhrávať nad súpermi a dostať sa do finálového kola. V ňom proti nemu stojí posledný súper – Maroško, ktorého poznáte z predchádzajúcich sérii. Micovou úlohou je poraziť ho v poslednej disciplíne: logickej hre.

Princíp disciplíny je nasledovný: do kruhu je rozostavených N kufríkov s peniazmi. V každom je nejaká suma (vždy samozrejme kladná). Obaja súťažiaci tieto sumy poznajú. Súperi sa striedajú v ťahaní, pričom Mic začína. Vyberie si jeden kufrík a ten si privlastní. Nasleduje Maroško, ktorý spraví to isté spomedzi tých kufríkov, ktoré ostali. Teraz z pôvodného kruhového rozostavenia ostal jeden alebo dva súvislé úseky. Hra pokračuje nasledovne: hráč, ktorý je na ťahu, si vyberie práve jeden kufrík z každého súvislého úseku, ktorý ostal.

Týmto ťahom ho prípadne môže rozdeliť na dva kratšie. Hra končí, keď už neostanú žiadne kufriky.

Maroško je poriadne motivovaný, pretože by rád vyhral peniaze na novú pohovku. Aj nám všetkým však na výsledku veľmi záleží. A aj vám by malo – čím viac totiž Mic vyhrá, tým lacnejšie budete mať sústredenie.⁹

Úloha: Pre dané číslo N a N súm v kufrikoch vypočítajte, koľko najviac môže Mic nahráť za predpokladov, že Maroško bude ťahať optimálne a Mic začína.

Príklady:

Vstup:

$N = 8$

2 1 4 1 2 1 8 1

Výstup:

12

(Mic v prvom ťahu zoberie 8. Ak by Maroško nechal Micovi 4, Mic by určite nahral viac ako 12. Preto Maroško vezme 4. Tým zostanú dva rovnaké úseky „1 2 1“. Z každého Mic vezme 2, a Maroško poberie zvyšok.)

Vstup:

$N = 5$

10 5 6 5 9

Výstup:

20

..... Tu končia zadania KSP-O

9. Tóny ľubozvučných melódií

kat. T; 15 bodov

KSPÁkov posadla UltrastarMánia. Prejavuje sa to hlasným spevom na chodbách, prednáškach, ale aj na uliciach. Aj keď ťažko povedať, či sa to dá vždy nazvať spevom. Ako k tomu prišlo? Raz dávno niekoho napadlo, že videl KSPÁkov robiť už všeličo, ale ešte ich nepočul spievať. Táto krvilačná myšlienka sa podarila uskutočniť. Jeden slnečný deň si vojde KSPÁk do T2 a zrazu... Nemôže ani dnu, ani von, musí odspievať pesničku. Dajú mu slúchadlá, mikrofón a skladba beží... Na monitore poskakujú noty a text, chudák nemá iné východisko. Ale celkom mu to ide. Každú desiatu notu trafí.

Časom sa medzi KSPÁkmi vyvinula chorobná súťaživosť. Niektorým na výsledku začalo tak záležať, že rozmýšľali nad rôznymi spôsobmi, ako maximalizovať svoj výkon. A tak niekto dostal nápad, že keď budú spievať viacerí naraz, majú väčšiu šancu trafiť sa, a teda môžu urobiť rekord. Ba čo rekord! Všetky noty v pesničke chcú trafiť!

Úloha: Na vstupe je celé číslo N , ktoré vyjadruje počet tónov v pesničke. Potom nasleduje N riadkov, každý obsahuje tri kladné celé čísla: čas štartu, dĺžku tónu (obe v rovnakých časových jednotkách) a výšku tónu, ktorý vtedy treba spievať.

Už pôvodná pieseň mohla byť robená pre viachlas, preto v jednom časovom úseku môže byť naraz potrebné spievať aj viacero tónov. KSPÁci nie sú nejakí extra dobrí v speve. Jediné, čo taký KSPÁk vie, je, že vždy po uplynutí časovej jednotky môže (ak chce) okamžite zvýšiť alebo znížiť spievaný tón o jedna. Z začať spievať môže na hociktovej výške tónu.

Vašou úlohou je vypočítať minimálny počet spevákov, ktorí spolu dokážu presne odspievať celú pesničku,

⁹ Ak sa všetko neminie na spomínanej kapustnici...

Príklad:**Vstup:**

$N = 3$
 1 2 3
 4 3 4
 3 1 2

Výstup:

2
 (Např.: Prvý spevák začne spievať v čase 1 tón 3, v čase 3 ho zmení na 2, v čase 4 na 3 a v čase 5 na 4. Tým ostal pre druhého speváka v čase 4 až 5 nezaspevaný tón výšky 4.)

10. — je v morzeovke T

kat. T; 15 bodov

Rádioamatéri sú fakt veľkí makači. Vedia napríklad vysielat' v morzeovke. A to výrazne rýchlejšie, ako napríklad vy, keď píšete SMSky.¹⁰ Kto nevie naspamäť morzeovku, nájde ju na http://en.wikipedia.org/wiki/Morse_code.

Jeden sobotný večer počúval Mórisko svojho otca, ako vysielal. Pri rýchlosti okolo 40 od-vysielaných slov za minútu však Mórisko nemal ani najmenšiu šancu vysielaniu porozumieť. Stihol si akurát tak zapisovať bodky a čiarky s tým, že neskôr si to predsa v pokoji dekóduje.

Zabudol ale na dôležitú vec – zapísať si aj oddeľovače, ktoré hovoria, kde kód jedného znaku končí a druhého začína. A teraz má problémy: je - . - . C, KE, či nebudaj TETE?

Mórisko je ale veľký pán programátor, a tak sa rozhodol, že použije slovník. Zapísaný reťazec bodiek a čiarok naseká na kusy tak, aby každý kus bol kódom nejakého slova zo slovníka. Lenže ešte netuší, že ani tento trik mu nemusí stačiť.

Úloha: Máme $N \leq 10\,000$ slov tvoriacich slovník a reťazec bodiek a čiarok dĺžky $L \leq 10\,000$. Slová v slovníku majú dĺžky do $D = 20$. Napíšte program, ktorý vypočíta, koľko rôznych postupností slov zo slovníka dá po zakódovaní do morzeovky zadaný reťazec.

Poznámky Stačí, aby program fungoval pre vstupy, kde sa výstup zmestí do bežnej celo-číselnej premennej. Za riešenie s časovou zložitostou $\Theta(LND)$ veľa bodov nečakajte, a za pomalšie už vôbec nie.

Príklad:**Vstup:**

$N = 5$
 Slovník:
 AHOJ, MILENKA, SKRT, ZA, ZASKRT
 reťazec: --...-...-...-..-

Výstup:

3
 (Daný reťazec zodpovedá vetám „MILENKA“, „ZASKRT“ a „ZA SKRT“.)

¹⁰Vid' <http://www.engadget.com/entry/1234000463042528/>