Korešpondenčný seminár z programovania
XXVI. ročník, 2008/09
Katedra základov a vyučovania informatiky FMFI UK,
Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

KSP finančne podporujú: MICROSTEP-MIS spol. s r.o.
Whitestein Technologies spol. s r.o.

Príklady 2. kola zimnej časti

Milé naše riešiteľky, milí naši riešitelia,

Dostali sa Vám do rúk ďalšie zadania KSP. Sú plné príkladov a preto neváhajte, ovtorte ich, prečítajte si ich a vyriešte ich (a samozrejme pošlite).

Termín odoslania riešení tejto série je streda **7. januára 2009**.

Kto druhému jamu kope, nech sa do nej aj zasadí.

KSPáci

1. Zn. Kravina

kat. Z; 10 bodov

Vítame Vás v dnešnej KSPoradni. Hneď na úvod vyberáme z listárne tento príbeh: Milí KSPáci. Pôjdem rovno k veci. Je to prekliatie a vy ste jediní kto mi môže pomôcť. Už dva roky som sa poriadne nevyspal! Aby ste boli v obraze, tu je názorná ukážka toho, čo sa deje každý večer, akonáhle zaspím.

Idem cez most. Je to celkom obyčajný most, preklenujúci celkom obyčajnú riečku. Aj nebo je obyčajné, a ani ten oblak v tvare dvojitého integrálu nie je ničím zvláštny. Odrazu vidím, že cez most ide oproti mne krava. „Ahoj krava," slušne pozdravím, tak, ako ma to doma učili. Krava ide pomaly, pretože nesie veľký elektrický ventilátor. Spýta sa ma, či by som ho nechcel lacno kúpiť. Hovorím jej, že nemám peniaze. „Dobre fafrnok, vymením ho za kliešte na šalát a pár ďalších vecí," odpovedá krava a vedno kráčame ku mne domov. „Ale rýchlo," dodá krava, a už obaja stojíme nad dlhým zoznamom náradia, ktorý mám vyvesený v dielni. Aby ste vedeli, mám v dielni asi 500 (16.60 EUR) druhov klieští, a naozaj si nepamätám, či kliešte na šalát medzi nimi sú. Na to mám ten zoznam. V ňom mám pekne v abecednom poradí vymenované všetko náradie aké som kedy v dielni mal a pri každom náradí mám zapísané číslo poličky, kde ho nájdem (prípadne, že ho už nemám). Zoznam je však hróózne dlhý, a krava sa hróózne ponáhľa na futbal, takže jej nikdy nestihnem nájsť ani tie kliešte a k zvyšku sa ani nedostaneme. Vždy keď som v hľadaní niekde medzi hrabľou na sneh a nožničkami na fikus, krava sa otočí na kopyte a povie, „Stretneme sa zajtra, zabudla som si doma tretry," a ja sa v tom momente zobudím a zvyšok noci neviem zaspať. A na druhý deň sa skutočne s kravou znova stretnem. Ach KSPáci, naprogramujte mi prosím program, ktorým by som svoj zoznam náradia dokázal fakt rýchlo prehľadať a tým uspokojiť tú kravu, čo mi robí zo života peklo.

Úloha: Na vstupe je na prvom riadku číslo N. Nasleduje N riadkov popisujúcich náradie v dielni, pričom tieto riadky sú usporiadané vzostupne podľa názvu náradia. Na i-tom riadku sa nachádza záznam o i-tom náradí v tvare názov náradia, medzera, číslo poličky. Ak sa náradie už v sklade nenachádza, číslo poličky je -47. Na vstupe nasleduje číslo K, označujúce počet predmetov, ktoré krava chce výmenou za ventilátor. Každý z nasledujúcich K riadkov popisuje jednu požiadavku kravy. Vašou úlohou je pre daný zoznam náradia a dané požiadavky kravy v čo najrýchlejšom čase nejakým vhodným spôsobom odpovedať, či dokážeme, alebo nedokážeme krave vyhovieť vo všetkých jej požiadavkách.

V tejto úlohe nás zaujíma najmä to, ako efektívne rozhodujete o splniteľnosti požiadaviek. Preto budeme hodnotiť len úlohu, v ktorej predpokladáme, že máte zoznam náradia

už načítaný v poli v takom poradí ako je na vstupe a vy už len idete odpovedať na kravine požiadavky. V programe samozrejme vstup do nejakého poľa načítať musíte. My túto fázu ale nebudeme zahŕňať do posudzovania efektívnosti vášho programu.

Príklad:

Vstup:
$N = 3$
`Fujara 733`
`Kefa na koňa 47`
`Kliešte na šalát 550`
$K = 2$
`Kliešte na šalát`
`Fujara`

Výstup:
`Dokážeme krave vyhovieť.`

2. Zákerná hra

kat. Z; 10 bodov

Všetci si ju chcú zahrať. Je známa, je úžasná, je to Hra s veľkým H. A jej pravidlá sú jednoduché. Na začiatku sa zoberú kartičky s náhodnými celými číslami. Tie sa potom usporiadajú do postupnosti a hra môže začať. Hráči do nej prichádzajú a odchádzajú z nej ako sa im páči. Avšak po tom, ako hráč z hry odíde, už sa do nej nesmie znovu vrátiť.

Samotná hra spočíva v tom, že sa postupne odkrývajú kartičky. Pred odkrytím ľubovolnej karty sa môže každý hráč rozhodnúť, či hru opustí a taktiež každý prizerajúci sa môže rozhodnúť, či do nej vstúpi. Potom si všetci hráči, ktorí sú práve v hre, pripíšu toľko bodov, koľko je na karte, ktorá sa obrátila. Nakoniec vyhráva ten, koho počet bodov plus počet ťahov v hre dáva čo najväčšie číslo.

Marianna je v tejto hre dobrá, ale vždy hrá len intuitívne a nikdy potom nevie, či nemohla predsalen hrať lepšie. Preto vás poprosila, aby ste jej pomohli. Zapísala si celú postupnosť kariet z jej poslednej vyhratej hry a chcela by vedieť, počas otáčania ktorých kariet mala byť v hre, aby hrala optimálne.

Úloha: Napíšte program, ktorý dostane na vstupe číslo N a postupnosť celých čísel dĺžky N a ako výstup vypíše súvislú podpostupnosť takú, že súčet jej prvkov a dĺžky je najväčší možný.

Príklad:

Vstup:
$N = 8$
`2 4 -1 6 -10 -12 2 10`

Výstup:
`2 4 -1 6` *(Marianna získa 15 bodov)*

3. Zimomravý obdĺžnik

kat. Z; 10 bodov

Kedysi dávno v praveku bola príšerná zima. Prežili iba tie najschopnejšie tvory, ktoré sa vedeli prispôsobiť. Ľudia lovili mamuty[1], aby si mohli obliecť ich kožuchy. Mamuty lovili ľudí, aby ľudia nelovili ich[2]. Dinosaury vyhynuli, lebo sa nevedeli obliecť. Náš obdĺžnik Maty sa tiež chce prispôsobiť. V záujme straty čo najmenšieho množstva tepla chce mať čo najmenší obvod. Obsah má ale nemenný (N palcov štvorcových) a má len celočíselné rozmery.

Úloha: Vypíšte najmenší možný obvod obdĺžnika s celočíselnými rozmermi s daným obsahom N.

Príklad:

Vstup:
`21`

Výstup:
`20` *(rozmery 3×7)*

[1] Vraj tupými kopijami

[2] Mamuty lovili všetkých, ktorí nelovili sami seba

4. Zúfalý Miško

kat. Z a O; 15 bodov

Nie tak dávno náš kamarát Miško oslavoval meniny. Keďže má v obľube matematiku, rodičia mu k meninám darovali novú grafickú kalkulačku TI-89 (TI-2.95EUR). Poznáte ten pocit, keď dostanete úžasný darček a najradšej by ste ho ukázali každému na svete? Presne toto urobil aj Miško a so svojou kalkulačkou sa predvádzal pred všetkými v triede. Miška však napadlo, že o niekoľko dní bude mať narodeniny jeho kamarátka, ktorá sa mu tak veľmi páči, takže by ju chcel potešiť pekným darčekom. Ale nie a nie si spomenúť na ten osudový dátum, kedy prišlo na svet to roztomilé a nádherné dievča ... 20-teho? ... alebo 23-tieho? ... alebo 28-meho? Išiel teda po radu ku kamarátke Aničke, ktorá samozrejme ako vždy všetko vedela. Ale Anička mu odpovedala takto: „Keďže máš novú kalkulačku a toľko sa s ňou chváliš, budeš si to musieť vypočítať!“ Tvoja milovaná má narodeniny $(20 + x)$-teho októbra, kde x je 999-ta číslica zľava v reťazci, ktorý dostaneme postupným písaním tretích mocnín prirodzených čísel za sebou (bez medzier).

Úloha: Pomôžte Miškovi vypočítať presný dátum narodenín jeho tajnej lásky. Napíšte program, ktorý na vstupe načíta prirodzené číslo N. Na výstup vypíše $(20+x)$, kde x je N-tá číslica v reťazci, ktorý vznikne postupným písaním tretích mocnín všetkých prirodzených čísel (čize 182764125 ...).

Príklad:

Vstup:	**Výstup:**
$N = 8$	`2` *(182764**1**25...)*

5. Obchodné orákulum

kat. Z a O; 15 bodov

Maják je veľmi dobrý burzový maklér. Dokázal zo-47-násobiť svoj majetok behom jednej minúty (a behom ďalšej o väčšinu prišiel, ale to už je obchod). Za svoje (ne)úspechy vďačí svojej poverčivosti. Naposledy od svojej osobnej veštice kúpil skvelé obchodné orákulum. Obchodné orákulum vyzerá ako obyčajná krištáľová guľa, avšak nie je v nej nič vidieť. Namiesto toto divne škvrčí a vylieza z nej veľmi dlhý a tenký kus papiera popísaný všakovakými číslami.

Majákovi sa po čase podarilo rozlúštiť, čo to za čísla na tom papieri sú. Čísla tvoria vývoj bankových úrokov v rôznych typoch bankových produktov na najbližších pár dní. Ako vyzerá taký bankový produkt? Na i-ty bankový produkt sa dajú uložiť peniaze v čase a_i a v čase b_i sa z neho musia peniaze vybrať s tým, že budú zúročené o u_i percent. Maják z orákula dostal popis N bankových produktov na najbližších pár dní a rozhodol sa, že svojich P peňazí rozmnoží čo najviac, ako to pôjde. Na to ale bude potrebovať Vašu pomoc.

Úloha: Na prvom riadku vstupu budete mať čísla N, P, D. Potom bude nasledovať N riadkov s číslami a_i, b_i, u_i ($1 \leq a_i < b_i \leq D$, $0 < u_i < 100$), kde a_i je čas, kedy sa dajú uložiť peniaze, b_i je čas, kedy je treba vybrať peniaze a u_i je úrok v percentách. Maják môže na ľubovoný produkt uložiť koľko chce peňazí (samozrejme nie viac, ako aktuálne má). Vypočítajte, koľko najviac peňazí vie mať Maják po D dňoch. Predpokladajte, že D je rádovo v tisícoch ($D < 10\,000$), ale N môže byť veľmi veľké.

Vstup:	**Výstup:**
$N = 4$, $P = 100$, $D = 100$	`191.4`

```
3 10 10
2 15 20
12 90 74
20 80 10
```

6. On snáď nepozná žiadne zábrany! kat. O; 20 bodov

Senzácia! Svetoznámy kryptológ Zemčo znova zabodoval! Jeho tretia kniha o mumifikovaných mačkách láme všetky rekordy tržieb! Redakcii Klebetného Sobotného Plátku (KSP) sa s ním podarilo stretnúť, a preto vám ako prví prinášame exkluzívne informácie. Zemčo nám v rozhovore prezradil, že kľúčom k jeho úspechu je jeho podpisovanie kníh. Snaží sa, aby každý jeho podpis bol unikátny, čo zvyšuje zberateľskú hodnotu. Podpisuje sa len číslami, vždy ich je niekoľko, a väčšie nasleduje za menším. A aby si nemusel pamatäť, ktorý podpis už použil, tak si na ich vytváranie urobil počítačový program, čo len svedčí o jeho neuveriteľnej všestrannosti. Fotku diskety, na ktorej sa tento program nachádza, nájdete na druhej strane našej novej sobotnej prílohy „Čo ste vždy chceli vedieť o Pascale, ale báli ste sa opýtať“.

Úloha: Na vstupe sú dané dve prirodzené čísla N a K. Vašou úlohou je napísať program, ktorý vypíše náhodnú K-prvkovovú rastúcu postuponosť čísiel z intervalu 0 až $N-1$. Program musí vrátiť naozaj náhodnú postupnosť, čo znamená, že každá z tých, ktoré prichádzajú do úvahy ako možný výsledok, musí byť vygenerovaná s rovnakou pravdepodobnosťou. (Laicky povedané, keby sme váš program spustili veľa krát, tak každá postupnosť by sa na výstupe objavila približne rovnako veľa krát). Pri riešní úlohy môžete predpokladať, že máte k dispozícii funkciu **random**(x), ktorá vám vráti náhodné celé číslo z intervalu 0 až $x-1$.

Príklad:

Vstup:	**Výstup:**
$N = 4$, $K = 2$	`0 3`

7. O Holubej Pošte kat. O; 20 bodov

Teploty na Kamčatke bežne klesajú hlboko pod nula (0.00 EUR) stupňov, čo spôsobuje nemalé problémy miestnym obyvateľom. Jedna z postihnutých oblastí je aj sektor telekomunikácií. Štandardné technológie sa nedajú použiť, keďže zakopať káble do večne zamrznutej pôdy je takmer nemožné a nechať ich len tak na povrchu zase veľmi riskantné berúc v úvahu zlú finančnú situáciu miestnych obyvateľov. A na hocičo mobilné či satelitné tam aj tak nikto nemá peniaze. Preto na Kamčatke, ako na jednom z mála miest na svete, ešte stále fungujú a aj celkom profitujú storočiami (3.32 EURočiami) ošľahané technológie HP (Holubia Pošta). Na službu v týchto nehostinných podmienkach sa používa špeciálny, už niekoľko desiatok (0.33 EURok) generácií šľachtený, druh holuba.

Jeden z ostrieľaných hráčov na miestnom trhu je aj Prvá (0.03 EURtá) Kamčatská Súkromná Pošta (KSP), ktorá chystá novú super výhodnú službu. Stále ale ešte potrebuje dopočítať konkrétne detaily.

Kamčatka je dlhý a úzky poloostrov a pre jednoduchosť uvažujeme, že všetky mestá ležia na jednej (0.03 EURej) priamke. Nová služba KSP spočíva v rozdelení všetkých N miest na Kamčatke do K skupín a poskytovaní veľmi výhodných mesačných tarifných podmienok pre každú jednu (0.03 EUR) celú skupinu. Pre každú skupinu si vieme porátať priemernú vzdialenosť medzi mestami. My chceme minimalizovať najväčšiu priemernú vzdialenosť, aby žiaden holub nemusel naraz v priemere letieť príliš ďaleko.

Úloha: Dané je N, K a N reálnych čísel d_i ($1 \leq i \leq N$) kde d_i uvádza vzdialenosť i-teho mesta od Mysu Lopatka[3]. Nájdite najmenšie číslo D také, že je možné rozdeliť N miest do K skupín tak, že priemerná vzdialenosť miest v žiadnej skupine nie ja väčšia ako D.

[3] Najjužnejší bod Kamčatky

Príklad:

Vstup:	**Výstup:**
$N = 4$, $K = 2$	2
`Vzdialenosti: 1 7 2 9`	*(Optimálne riešenie je mať prvé a tretie mesto v jednej a druhé a štvrté mesto v druhej skupine.)*

..... Tu sa začínajú zadania KSP-T .....

8. Ohrozené druhy

kat. O a T; 25 bodov

Súostrovie Kiribati bývalo voľakedy plné ohrozených druhov. Dnes je súostrovie Kiribati plné vyhynutých druhov. Multimilionár (multi-33 193.92 EUR-onár) Hermi von Lamač tam kúpil za babku (0.03 EURobabky) jeden zveroprázdny ostrov a rozhodol sa postaviť tam brutálne luxusný hotel.

A v tomto okamihu prichádzajú do hry Grínpisáci[4]. A keď vravíme „do hry“, myslíme tým priamo za Hermim. S návrhom, ktorý sa nedá odmietnuť. Ževraj čím viac nových zvierat dá vypustiť do voľnej prírody, tým menej protestov a sabotáží bude mať pri výstavbe hotelu. No nekúp to. Ale Hermi je oddávna líška prešibaná. Rozhodol sa on, že Grínpisákov prešt... ehm, chceme povedať prekabáti. Zvieratká, ktoré dá vypustiť, budú všežravce ohavné.

Lenže keď už malo prísť k vypusteniu, uvedomil si Hermi jeden závažný nedostatok svojho plánu. Rozhodne nechce dopustiť, aby sa nejaký všežravec mohol vyskytnúť na ostrove, kde má hotel!

Úloha: Kiribati sa skladá z N ostrovov, očíslovaných od 1 do N. Na ostrove s číslom 1 bude stáť Hermiho hotel.

Existuje práve K dvojíc ostrovov, medzi ktorými je postavený most. Mosty nikde netvoria cyklus.[5] Všežravce sa normálne cez most chodiť boja. Ale keď sú na jednom ostrove dva všežravce, môže jeden zožrať druhého, tým naberie odvahu, a následne môže prebehnúť cez jeden most.

Na vstupe sú dané čísla N, K a pre každý z K mostov čísla ostrovov, ktoré spája. Hermi môže vypustiť zviera na ľubovoľnom ostrove. Zistite, koľko najviac všežravcov môže dokopy Hermi vypustiť, ak ich optimálne rozmiestni. (Pozor, môže sa stať, že odpoveď je „ľubovoľne veľa“.)

Príklad:

Vstup:	**Výstup:**
$N = 7$, $K = 6$	11
mosty: 1–2, 2–3, 3–4, 2–5, 1–6, 7–6.	

..... Tu sa končia zadania KSP-O .....

9. Túžba po rovnováhe

kat. T; 25 bodov

V tomto zadaní sa budeme venovať filozofickým úvahám na tému rovnováha, pozitívne myslenie a emocionálne prežívanie života. Vďaka dlhoročnej práci dokážu ľudia poodhaliť tajomstvá energie, ktorá spočíva v rovnováhe ducha, tela a mysle a dosiahnúť tak dokonalú harmóniu.

Maroško sa po namáhavom štúdiu týchto vznešených teórií rozhodol, že svoj život usporiada tak, aby mu to prinieslo čo najviac blaha. Ba čo viac, usporiada život a vzťahy všetkým naokolo!

[4] Od anglického „green piss“.

[5] Nedá sa teda spraviť to, že začneme na nejakom ostrove, prejdeme cez niekoľko mostov (cez každý most najviac raz) a skončíme na ostrove, kde sme začínali.

Ako správny praktický programátor ale Maroško vie, že život je otázka priorít. Preto si povedal, že dosiahne dokonalú rovnováhu a emocionálnu naplnenosť, zatiaľčo pozitívne myslenie odloží bokom na neskôr. Preto si stanovil nasledovné ciele:

- Každý vzťah v jeho okolí musí byť ladený alebo pozitívne, alebo negatívne. Neutrálny vzťah nemôže existovať, pretože by priniesol do života človeka nezdravú dávku fádnosti a stereotypu.
- Každý človek musí mať dokonale vybalancované negatívne a pozitívne myslenie. Existuje len jedna hodnota *miery orientácie* vzťahu, takže jeden ľubovoľný pozitívny a jeden ľubovoľný negatívny vzťah sa navzájom vyrovnajú. Inými slovami, každý človek musí mať rovnaký počet negatívnych a pozitívnych vzťahov.

Vzťah je orientovaný pre oboch zúčastnených ľudí rovnako – alebo ho obaja vnímajú pozitívne, alebo ho obaja vnímajú negatívne[6]. Maroško teda stojí pred úlohou pre každý vzťah v jeho okolí určiť, či bude pozitívne alebo negatívne naladený. A keďže ľudí a vzťahov medzi nimi môže byť celkom požehnane, pomôžte mu a napíšte rýchly program, ktorý to urobí za neho!

Úloha:

Na vstupe sú čísla N a M – počet ľudí v Maroškovom okolí a počet vzťahov medzi nimi. Nasleduje M dvojíc čísel ľudí, medzi ktorými existuje vzťah. Môžete predpokladať, že žiadna dvojica ľudí nie je na vstupe uvedená viac ako raz. Pre danú spoločenskú sieť nájdite spôsob, ako nastaviť vzťahy medzi ľuďmi. V prípade, že takéto nastavenie neexistuje, prehláste, že to nejde.

Príklad:

Vstup:
$N = 5,\ M = 4$
```
1 2
2 3
3 4
4 1
```

Výstup:
```
1 2 - pozitivny
2 3 - negativny
3 4 - pozitivny
4 1 - negativny
```

Príklad:

Vstup:
$N = 6,\ M = 5$
```
1 2
2 3
3 4
4 1
5 6
```

Výstup:
```
V tomto svete nie je súdené dosianúť do-
konalú harmóniu.
```

10. Trasa okolo rovníka

kat. T; 15 bodov

Hermi sa presťahoval na rovník. Spravil tak preto, lebo má na rovníku strašne veľa kamarátov a nechce kaziť partiu. Teraz sa chce vydať na okružnú cestu okolo Zeme, pričom bude letieť lietadlom a bude pristávať iba tam, kde má kamarátov. Hermi pozná všetky obojsmerné linky, ktoré lietajú medzi jeho kamarátmi. Pre jednoduchosť budeme polohy miest označovať uhlom medzi 0 a 360 pričom uhol rastie zo západu na východ. Každé lietadlo letí po najkratšej ceste medzi dvomi miestami. To znamená, že ak lietadlo letí z pozície 350 (11.61 EUR) do 100 (3.31 EUR), bude letieť zo západu na východ (preletí 110 stupňov (3.65 EUR)). Môžete predpokladať, že žiadna linka nebude spájať dve mestá, ktoré sa nachádzajú presne oproti sebe.

[6] I keď autori ľúbostných piesni majú často opačné skúsenosti

Hermi chce obletieť Zem. To znamená, že vzdialenosť, ktorú preletí zo západu na východ sa nesmie rovnať vzdialenosti, ktorú preletí z východu na západ. Chce, aby musel čo najmenej prestupovať a svoju cestu začína aj končí u svojho najlepšieho kamaráta.

Úloha: Na vstupe je najprv celé číslo N, udávajúce počet Hermiho kamarátov, a celé číslo M udávajúce počet obojsmerných liniek. Nasleduje N čísel p_i, ktoré udávajú pozíciu kamarátov. Ďalej je na vstupe M dvojíc (a_i, b_i), ktoré hovoria, že medzi kamarátmi číslo a_i a b_i lieta obojsmerná linka. Hermiho najlepší kamarát má číslo 1 (0.03 EUR). Vašou úlohou je zistiť, na koľko najmenej letov vie Hermi obletieť Zem. Začať aj skončiť musí u svojho najlepšieho kamaráta.

Príklad:

Vstup:
$N = 3, M = 3$
0 120 240
1 2
2 3
1 3

Výstup:
3